



马来西亚华文独中教科书

# 数学

高一下册



董教总华文独中工委统一课程委员会编纂

# 独中教育 核心素养图



# 《数学》高一下册

美术编辑：曹薇华

排 版：林樱颖

- © 郑重声明，此书版权归出版单位所有，未经允许，书上所有内容不得通过任何形式进行复制、转发、储存于检索系统，或翻译成其它语言的活动。
- © Dong Zong  
Hak cipta terpelihara. Mana-mana bahan atau bahagian dalam buku ini tidak dibenarkan diterbitkan semula, disimpan dalam cara yang boleh dipergunakan lagi, atau ditukar kepada apa-apa bentuk atau apa-apa cara, baik dengan elektronik, mekanikal, fotokopi, rakaman, pengalihan bahasa dan sebagainya tanpa mendapat kebenaran secara menulis daripada pihak penerbit terlebih dahulu.
- © Dong Zong  
All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, translated in any other languages, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

## 编辑单位：

董教总华文独中工委统一课程委员会

Unified Curriculum Committee of

Malaysian Independent Chinese Secondary School (MICSS) Working Committee

## 出版发行：

马来西亚华校董事联合会总会（董总）

United Chinese School Committees' Association of Malaysia (Dong Zong)

Blok A, Lot 5, Seksyen 10, Jalan Bukit, 43000 Kajang,

Selangor Darul Ehsan, Malaysia.

Tel: 603-87362337

Fax: 603-87362779

Website: [www.dongzong.my](http://www.dongzong.my)

Email: [support@dongzong.my](mailto:support@dongzong.my)

## 印刷：

United Mission Press Sdn. Bhd.

## 版次：

2025年9月第1版

## 印次：

2025年9月第1次印刷

## 编审团队

学科顾问：郑章华

编审委员：陈玉丽 陈志丰 陈俊文 苏民胜 李鸿聪 张锦发  
林艾嘉 林汶良 姚和兴 郭丽梅 萧子良

编写人员：陈志丰 陈俊文 黄书丰

责任编辑：周孝贤

(按姓氏笔画排列)



本书承蒙国内外学者、独中数学科教师等提供  
建设性意见，并协助编写及审稿，谨此统致谢忱。

董教总华文独中工委统一课程委员会 启

2025年9月

# 编辑说明

1. 这套《高中数学》是根据董教总全国华文独中工委会所拟定的“高中数学课程标准”编写而成。在拟订课程标准的过程中，除采用部分旧版《高中数学》的课程内容，也参考了我国教育部所颁布的中学新课程纲要(KSSM)、SPM、STPM及各国的课程标准和教材。
2. 这套《高中数学》是为全国华文独中的高中文科、商科与技术科学生编写的。全套教材共分六册，分三年使用。每册内容依据每周5节、每节40分钟的教学时间编写。各校可按个别情况安排授课时数。
3. 这套教材共有29章，内容包括代数、三角学、解析几何、统计学与微积分等。
4. 本书是高一下册，提供高中一年级下半年使用。
5. 本书设有“学习目标”、“温故知新”、“想一想”、“数学橱窗”、“补充资料”、“注意”及“探索活动”栏目。设置以上栏目，是为了方便学生掌握学习重点，启发学生思考，并增进学习效果。
6. 本书每节都设有随堂练习及习题，每一章后都设有总复习题，以巩固学生对所学知识的理解。
7. 本书附有中英名词对照，供学习参考。习题的答案也都附在书末。
8. 本教材如有未尽善处，请不吝指正，以作修订参考。

董教总华文独中工委会统一课程委员会  
《高中数学》编审小组  
2025年9月

# 目录

## 7 逻辑

- 7.1 命题 4
- 7.2 逻辑联结词“非”、“且”及“或” 7
- 7.3 全称量词与存在量词 11
- 7.4 充分条件、必要条件及充要条件 14
- 7.5 推理 17

## 8 角度与弧度

- 8.1 任意角的概念与度量 24
- 8.2 弧长与扇形面积 28

## 9 任意角的三角函数

- 9.1 任意角的三角函数 38
- 9.2 三角函数的诱导公式 47
- 9.3 三角函数的图像 55
- 9.4 反三角函数 66

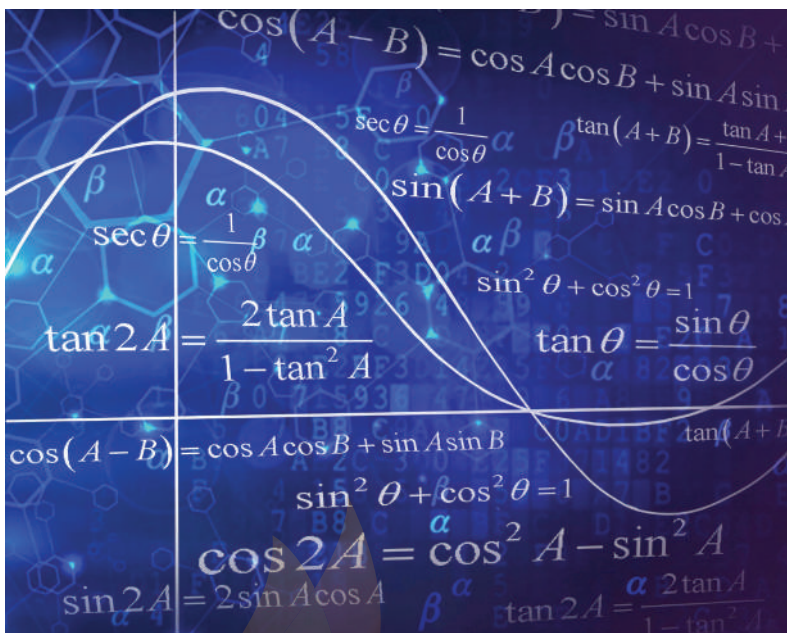
## 10 三角学的应用

- 10.1 正弦定律 76
- 10.2 余弦定律 83
- 10.3 三角形的面积 86
- 10.4 测量问题 90

# 11 三角恒等式与三角方程式

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 11.1 同角三角函数的基本关系式 | 100 |
| 11.2 两角之和与差的三角函数  | 105 |
| 11.3 倍角的三角函数      | 111 |
| 11.4 三角方程式        | 116 |
| 中英名词对照            | 126 |
| 答案                | 128 |
| 图片出处              | 136 |





在高中数学，三角函数常被学生视为一座难以逾越的“高山”。复杂的公式、抽象的变换和多变的题型，让不少学生感到困惑甚至畏惧。然而，作为核心内容的三角恒等式与三角方程式，是提升逻辑思维与问题解决能力的重要工具。

三角恒等式如同解锁三角函数奥秘的钥匙。从基本恒等式到两角和差、倍角公式，彼此之间紧密关联。理解推导过程，掌握运用技巧，能帮助学生建立系统认知，提升数学表达与推理能力。

而三角方程式的求解，则是对综合能力的全面考验。从基础题型到需要多步变换的复杂方程式，解题过程就是分析、转化和解决问题的过程。这不仅锻炼思维，更加深了对知识的理解与掌握。

对学生而言，学习三角函数的意义在于培养严谨的逻辑思维与分析能力，这将为他们未来学习、工作，乃至看待社会和经济问题提供坚实的基础。

因此，本课将带领同学深入探索三角恒等式与三角方程式的结构与规律，分享高效的学习方法与实用的解题策略，助力学生突破难点，领略数学的魅力。

# 11

## 三角恒等式与三角方程式

### 学习目标

- ★ 掌握同角三角函数的基本关系式，并能运用这些关系式化简三角函数式及证明三角恒等式
- ★ 掌握三角函数公式（两角和、两角差、倍角公式），并能利用这些公式化简三角函数及证明三角恒等式
- ★ 掌握三角方程式有条件的解

## 11.1 同角三角函数的基本关系式

我们在第 9 章学习了任意角的三角函数的定义，可以发现它们之间存有以下关系：

### 一、倒数关系

$$\sin \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta = \frac{y}{r} \cdot \frac{r}{y} = 1$$

$$\cos \theta \cdot \sec \theta = \frac{x}{r} \cdot \frac{r}{x} = 1$$

$$\tan \theta \cdot \cot \theta = \frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y} = 1$$

即

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

### 二、商的关系

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{y}{r}}{\frac{x}{r}} = \frac{y}{x} = \tan \theta$$

$$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\frac{x}{r}}{\frac{y}{r}} = \frac{x}{y} = \cot \theta$$

即

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

董總  
DONG ZONG

### 三、平方关系

$$\begin{aligned} \text{因为 } \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= \left(\frac{y}{r}\right)^2 + \left(\frac{x}{r}\right)^2 \\ &= \frac{x^2 + y^2}{r^2} \end{aligned}$$

在直角坐标系上，如图 11-1 所示，

$$x^2 + y^2 = r^2$$

所以  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  -----(1)

当  $\cos \theta \neq 0$  时，将等式 (1) 两边同除以  $\cos^2 \theta$ ，得

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} &= \frac{1}{\cos^2 \theta} \\ \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)^2 + 1 &= \left(\frac{1}{\cos \theta}\right)^2 \\ 1 + \tan^2 \theta &= \sec^2 \theta \end{aligned}$$

当  $\sin \theta \neq 0$  时，将等式 (1) 两边同除以  $\sin^2 \theta$ ，得

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} &= \frac{1}{\sin^2 \theta} \\ 1 + \left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta}\right)^2 &= \left(\frac{1}{\sin \theta}\right)^2 \\ 1 + \cot^2 \theta &= \operatorname{cosec}^2 \theta \end{aligned}$$

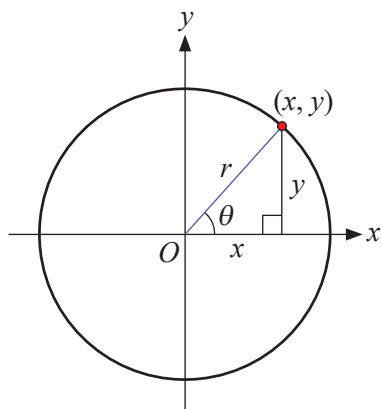


图 11-1

一个等式，若其未知数在给定的取值范围内取何值时，左右两式的值都恒为相等，此等式即为恒等式。例如：在等式  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  中，无论  $a$  及  $b$  在实数范围内取何值，左右两式的值均相等。因此，上述等式恒等，可记作  $(a + b)(a - b) \equiv a^2 - b^2$ ，其中“ $\equiv$ ”为恒等号。但，为了方便起见，在运算的过程中，“ $\equiv$ ”往往都以“ $=$ ”代替。而含有三角函数的恒等式称为三角恒等式 (trigonometric identity)。利用这些恒等式，可以化简三角函数式或证明其它三角恒等式。

**例题 1**

化简下列各式：

(a)  $\sec \theta \cdot \cot \theta \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$

(b)  $(\operatorname{cosec}^2 \theta - 1)\tan^2 \theta$

(c)  $(\cot A \sec A)^2 - (\cos A \operatorname{cosec} A)^2$

$$\begin{aligned} \text{ii} \quad (\text{a}) \quad & \sec \theta \cdot \cot \theta \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \\ &= \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \\ &= \cos \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{b}) \quad & (\operatorname{cosec}^2 \theta - 1)\tan^2 \theta \\ &= (1 + \cot^2 \theta - 1) \times \tan^2 \theta \\ &= \frac{1}{\tan^2 \theta} \times \tan^2 \theta \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{c}) \quad & (\cot A \sec A)^2 - (\cos A \operatorname{cosec} A)^2 \\ &= \left( \frac{\cos A}{\sin A} \times \frac{1}{\cos A} \right)^2 - \left( \cos A \times \frac{1}{\sin A} \right)^2 \\ &= \left( \frac{1}{\sin A} \right)^2 - \left( \frac{\cos A}{\sin A} \right)^2 \\ &= \operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A \\ &= 1 + \cot^2 A - \cot^2 A \\ &= 1 \end{aligned}$$

**随堂练习 11.1a**

化简下列各式：

1.  $\operatorname{cosec} A \cdot \tan A \cdot \cos A \cdot \sin A$

2.  $(\sec^2 A - 1)(\operatorname{cosec}^2 A - 1)$

**例题 2**证明  $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2\cos^2 \theta - 1$ 。

$$\begin{aligned} \text{ii} \quad \cos^2 \theta - \sin^2 \theta &= \cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) \\ &= \cos^2 \theta - 1 + \cos^2 \theta \\ &= 2\cos^2 \theta - 1 \end{aligned}$$

董總  
DONG ZONG

**例题 3**

证明  $\operatorname{cosec} x - \sin x = \cot x \cos x$ 。

$$\begin{aligned} \text{证} \quad \operatorname{cosec} x - \sin x &= \frac{1}{\sin x} - \sin x \\ &= \frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} \\ &= \frac{\cos^2 x}{\sin x} \\ &= \frac{\cos x \cdot \cos x}{\sin x} \\ &= \cot x \cos x \end{aligned}$$

**例题 4**

证明  $(1 + \tan x)^2 = \sec^2 x + 2 \tan x$ 。

$$\begin{aligned} \text{证} \quad (1 + \tan x)^2 &= 1^2 + 2 \tan x + \tan^2 x \\ &= 1 + \tan^2 x + 2 \tan x \\ &= \sec^2 x + 2 \tan x \end{aligned}$$

**例题 5**

证明  $\frac{1 - 2\cos^2 x}{\sin x \cos x} = \tan x - \cot x$ 。

$$\begin{aligned} \text{证法一} \quad \frac{1 - 2\cos^2 x}{\sin x \cos x} &= \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x) - 2\cos^2 x}{\sin x \cos x} \\ &= \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x} \\ &= \frac{\sin^2 x}{\sin x \cos x} - \frac{\cos^2 x}{\sin x \cos x} \\ &= \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} \\ &= \tan x - \cot x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{证法二} \quad \tan x - \cot x &= \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} \\ &= \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x} \\ &= \frac{(1 - \cos^2 x) - \cos^2 x}{\sin x \cos x} \\ &= \frac{1 - 2\cos^2 x}{\sin x \cos x} \end{aligned}$$

**例题 6**

证明  $(1 - \sin^2 x)(\sec^2 x - 1) = \sin^2 x (\operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x)$ 。

$$\begin{aligned} \text{证} \quad \text{左式 } (1 - \sin^2 x)(\sec^2 x - 1) &= (\cos^2 x)(1 + \tan^2 x - 1) \\ &= (\cos^2 x) \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \\ &= \sin^2 x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{右式 } \sin^2 x(\operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x) &= \sin^2 x (1 + \cot^2 x - \cot^2 x) \\ &= \sin^2 x \end{aligned}$$

$$\therefore (1 - \sin^2 x)(\sec^2 x - 1) = \sin^2 x (\operatorname{cosec}^2 x - \cot^2 x)$$

证明三角恒等式可以按照由繁到简的原则，从左右两式的任何一边开始，证得它等于另一边（如例题 5），也可以证明左右两式都等于同一个式子（如例题 6），从而证明三角恒等式。

**随堂练习 11.1b**

证明下列恒等式：

- $\cos \theta \tan \theta = \sin \theta$
- $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$
- $\tan A + \cot A = \sec A \operatorname{cosec} A$
- $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$

**习题 11.1**

证明下列各恒等式：

- $(\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2 \sin x \cos x$
- $\cot^2 A (1 - \cos^2 A) = \cos^2 A$
- $(\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta)(\tan \theta - \sin \theta) = \sec \theta - \cos \theta$
- $\operatorname{cosec}^2 A \tan^2 A - 1 = \tan^2 A$
- $\sin^4 x - \sin^2 x = \cos^4 x - \cos^2 x$
- $\sin \theta \cos \theta = \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$
- $\frac{1}{\sec x - \tan x} - \frac{1}{\sec x + \tan x} = 2 \tan x$

## 11.2 两角之和与差的三角函数

现在，我们来了解两个角的和与差的三角函数值与两角各别的三角函数值之间的关系。

如图 11-2 所示， $S$  是  $P$  到  $QR$  的垂足。那么  $\triangle PQR$  的面积就是  $\triangle PSQ$  及  $\triangle PSR$  两个直角三角形面积的和：

$$\text{在 } \triangle PSQ \text{ 中, } \sin A = \frac{QS}{r} \therefore QS = r \sin A;$$

$$\cos A = \frac{PS}{r} \therefore PS = r \cos A$$

$$\text{在 } \triangle PSR \text{ 中, } \sin B = \frac{RS}{q} \therefore RS = q \sin B;$$

$$\cos B = \frac{PS}{q} \therefore PS = q \cos B$$

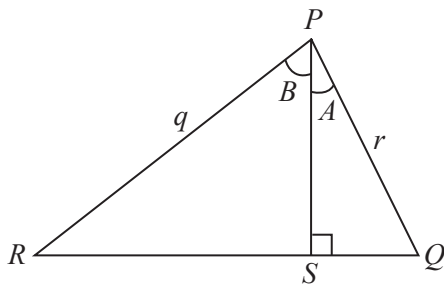


图 11-2

$\triangle PQR$  的面积 =  $\triangle PQS$  的面积 +  $\triangle PRS$  的面积

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}qr \sin(A+B) &= \frac{1}{2}QR \cdot PS + \frac{1}{2}RS \cdot PS \\ &= \frac{1}{2}r \sin A \cdot q \cos B + \frac{1}{2}q \sin B \cdot r \cos A \\ &= \frac{1}{2}rq(\sin A \cos B + \cos A \sin B) \end{aligned}$$

得

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

将公式中的角  $B$  以  $-B$  代替，

$$\sin(A+(-B)) = \sin A \cos(-B) + \cos A \sin(-B)$$

得

$$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

从三角函数的余角关系可以推导出两角和与差的余弦公式：

$$\begin{aligned}\cos(A+B) &= \sin\left[\frac{\pi}{2} - (A+B)\right] \\ &= \sin\left[\left(\frac{\pi}{2} - A\right) - B\right] \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - A\right) \cos B - \cos\left(\frac{\pi}{2} - A\right) \sin B\end{aligned}$$

得

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

将公式中的角  $B$  以  $-B$  代替，

$$\cos(A+(-B)) = \cos A \cos(-B) - \sin A \sin(-B)$$

得

$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

### 例题 7

不使用计算机，求下列各三角函数值：

(a)  $\cos 15^\circ$

(b)  $\operatorname{cosec} 75^\circ$

**解** (a)  $\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ)$   
 $= \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ$   
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$   
 $= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

(b)  $\operatorname{cosec} 75^\circ = \frac{1}{\sin 75^\circ}$

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ &= \sin(45^\circ + 30^\circ) \\ &= \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \operatorname{cosec} 75^\circ &= \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \\ &= \sqrt{6} - \sqrt{2}\end{aligned}$$



注意

两角和与差的三角函数值不能视为两个三角函数值的和与差。一般上，

$$\sin(A+B) \neq \sin A + \sin B$$

$$\cos(A+B) \neq \cos A + \cos B$$

$$\tan(A+B) \neq \tan A + \tan B$$

另， $\sin A \sin B \neq \sin(A \cdot B)$

$$\cos A \cos B \neq \cos(A \cdot B)$$

$$\tan A \tan B \neq \tan(A \cdot B)$$

**例题 8**

不使用计算机，求  $\cos 85^\circ \cos 25^\circ + \sin 85^\circ \sin 25^\circ$  的值。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \cos 85^\circ \cos 25^\circ + \sin 85^\circ \sin 25^\circ &= \cos (85^\circ - 25^\circ) \\ &= \cos 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

**例题 9**

证明  $\sin 5\theta \cos \theta - \cos 5\theta \sin \theta = \sin 3\theta \cos \theta + \cos 3\theta \sin \theta$ 。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \sin 5\theta \cos \theta - \cos 5\theta \sin \theta &= \sin (5\theta - \theta) \\ &= \sin 4\theta \\ &= \sin (3\theta + \theta) \\ &= \sin 3\theta \cos \theta + \cos 3\theta \sin \theta \end{aligned}$$

**例题 10**

证明  $\frac{\cos (A - B)}{\cos A \sin B} = \tan A + \cot B$ 。

$$\begin{aligned} \text{证} \quad \frac{\cos (A - B)}{\cos A \sin B} &= \frac{\cos A \cos B + \sin A \sin B}{\cos A \sin B} \\ &= \frac{\cos A \cos B}{\cos A \sin B} + \frac{\sin A \sin B}{\cos A \sin B} \\ &= \frac{\cos B}{\sin B} + \frac{\sin A}{\cos A} \\ &= \tan A + \cot B \end{aligned}$$

**随堂练习 11.2a**

1. 不使用计算机，求下列各三角函数值：

(a)  $\sin 75^\circ$

(b)  $\cos 80^\circ \cos 20^\circ + \sin 80^\circ \sin 20^\circ$

2. 证明  $\cos (60^\circ - A) = \frac{\cos A + \sqrt{3} \sin A}{2}$ 。

## 两角和与差的正切

应用正切为正弦与余弦的商的关系，可求得两角和与差的正切公式。

$$\begin{aligned}\tan(A+B) &= \frac{\sin(A+B)}{\cos(A+B)} \\ &= \frac{\sin A \cos B + \cos A \sin B}{\cos A \cos B - \sin A \sin B} \\ &= \frac{\sin A \cos B + \cos A \sin B}{\cos A \cos B} \\ &= \frac{\cos A \cos B - \sin A \sin B}{\cos A \cos B}\end{aligned}$$

得

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

将上述公式中的角  $B$  以  $-B$  代替，

$$\tan[A+(-B)] = \frac{\tan A + \tan(-B)}{1 - \tan A \tan(-B)}$$

得

$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$$

### 例题 11

不使用计算机，求  $\tan 105^\circ$  的值。

**解**  $\tan 105^\circ = \tan(60^\circ + 45^\circ)$

$$\begin{aligned}&= \frac{\tan 60^\circ + \tan 45^\circ}{1 - \tan 60^\circ \tan 45^\circ} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3} \times 1} \\ &= -\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} \\ &= -\frac{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} \\ &= -\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} \\ &= -2 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

**例题 12**

不使用计算机, 求  $\frac{\tan 36^\circ + \tan 24^\circ}{1 - \tan 36^\circ \tan 24^\circ}$  的值。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \frac{\tan 36^\circ + \tan 24^\circ}{1 - \tan 36^\circ \tan 24^\circ} &= \tan (36^\circ + 24^\circ) \\ &= \tan 60^\circ \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

**随堂练习 11.2b**

1. 不使用计算机, 求下列各三角函数值:

(a)  $\tan 15^\circ$

(b)  $\frac{\tan 23^\circ + \tan 22^\circ}{1 - \tan 23^\circ \tan 22^\circ}$

2. 已知  $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ , 求  $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$  的值。

**例题 13**

已知  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\cos \beta = \frac{5}{13}$ , 且  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ,  $270^\circ < \beta < 360^\circ$ , 求下列各三角函数的值:

(a)  $\sin(\alpha + \beta)$

(b)  $\cot(\alpha - \beta)$

**解** 因  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ , 且  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ , 由图 11-3(a) 得  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$

因  $\cos \beta = \frac{5}{13}$ , 且  $270^\circ < \beta < 360^\circ$ , 由图 11-3(b) 得  $\sin \beta = -\frac{12}{13}$

(a)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{12}{13}\right) \\ &= \frac{15}{65} + \frac{48}{65} \\ &= \frac{63}{65} \end{aligned}$$

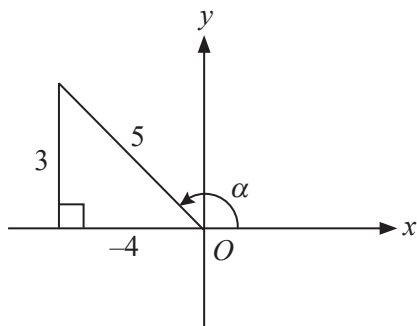


图 11-3 (a)

$$\begin{aligned}
 \text{(b) } \tan(\alpha - \beta) &= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \\
 &= \frac{-\frac{3}{4} - \left(-\frac{12}{5}\right)}{1 + \left(-\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{12}{5}\right)} \\
 &= \frac{33}{56}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cot(\alpha - \beta) &= \frac{1}{\tan(\alpha - \beta)} \\
 &= \frac{1}{\frac{33}{56}} \\
 &= \frac{56}{33}
 \end{aligned}$$

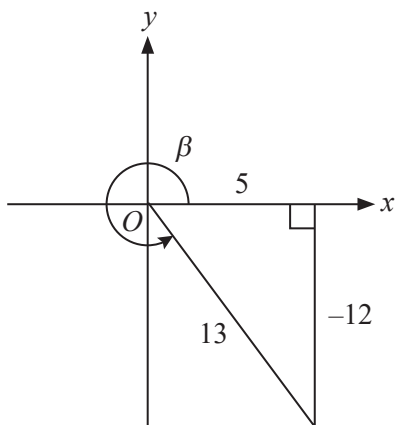


图 11-3 (b)



### 随堂练习 11.2c

已知  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\tan \beta = \frac{7}{24}$ ,  $\alpha$  是第一象限角,  $\beta$  是第三象限角。求下列各三角函数值:

(a)  $\cos(\alpha - \beta)$

(b)  $\sin(\alpha + \beta)$

### 习题 11.2

1. 不使用计算机, 化简下列各式:

(a)  $\sin 56^\circ \cos 26^\circ - \cos 56^\circ \sin 26^\circ$

(b)  $\cos 123^\circ \cos 27^\circ - \sin 123^\circ \sin 27^\circ$

2. 已知  $\sec A = \frac{13}{5}$ ,  $\cot B = -\frac{2}{3}$ ,  $A$  是第一象限角,  $B$  是第二象限角。不使用计算机, 求下列各三角函数值:

(a)  $\operatorname{cosec}(A + B)$

(b)  $\tan(A - B)$





# 董總

DONG ZONG

